

EXERCICE 1.

4 points

Résoudre dans \mathbb{C} les deux équations suivantes:

① $(2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0$

② $(1 + i)\bar{z} + 2 - 5i = z + i - 1$

EXERCICE 2.

4 points

Soit P le polynôme défini sur \mathbb{C} par $P(z) = 2z^2 - 4z + 3$.① Faire les calculs menant à la forme canonique de P ② Factoriser dans \mathbb{C} cette forme canonique.**EXERCICE 3.**

6 points

Soient les deux nombres complexes suivants: $z_1 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}}$ et $z_2 = \frac{i}{-2 + 2i\sqrt{3}}$ Déterminer les formes algébriques de z_1 , z_2 et $z_1 \times z_2$ **EXERCICE 4.**

6 points

On considère le polynôme P à coefficients réels défini sur \mathbb{C} par $P(z) = 2z^4 + z^3 + 7z^2 + 2z + 6$.① Montrer que si z est une racine du polynôme P , alors son conjugué \bar{z} en est une aussi.② Uniquement dans cette question, Q désigne un polynôme quelconque à coefficients complexes. Démontrer la véracité ou non de la proposition suivante: « si z est une racine du polynôme Q , alors son conjugué \bar{z} en est une aussi »③ *i)* Soit b un réel. Déterminer $P(ib)$ en fonction de b et l'écrire sous forme algébrique.*ii)* Montrer que le polynôme P admet exactement deux racines imaginaires pures et les calculer.*iii)* En déduire toutes les racines complexes du polynôme P .